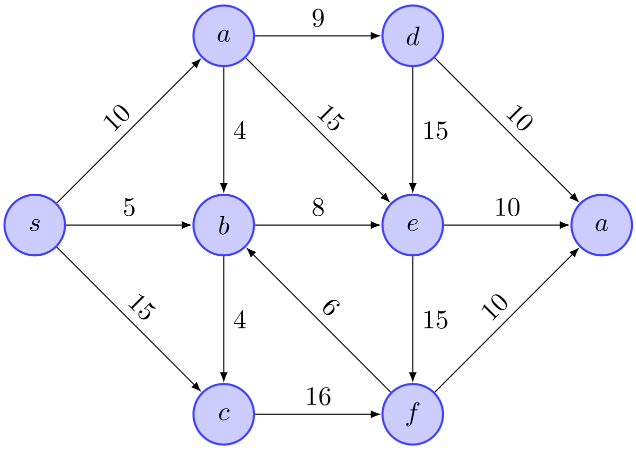
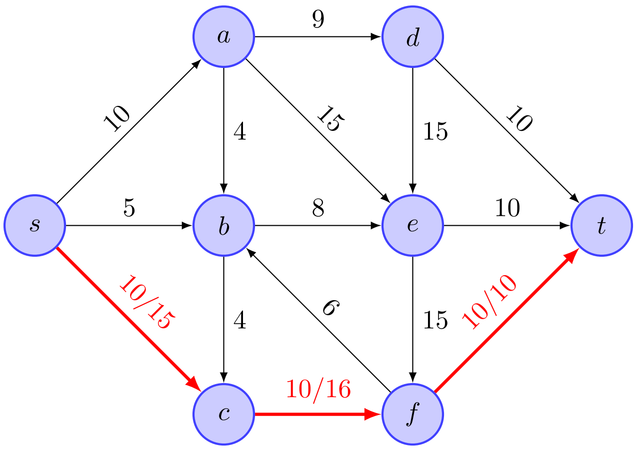
Correction TD 3

Pascal Vanier

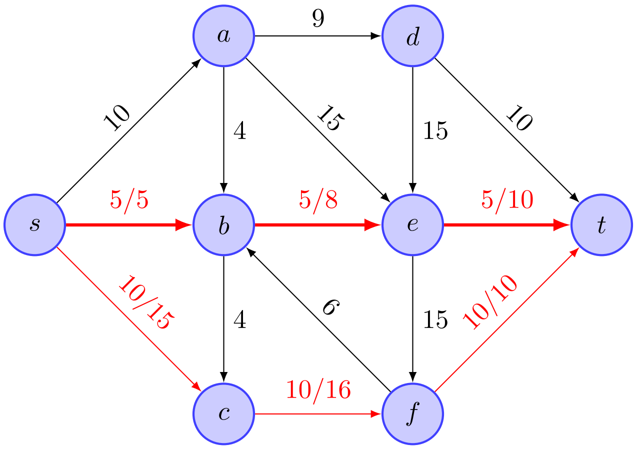
February 4, 2013

Exercice 1 :

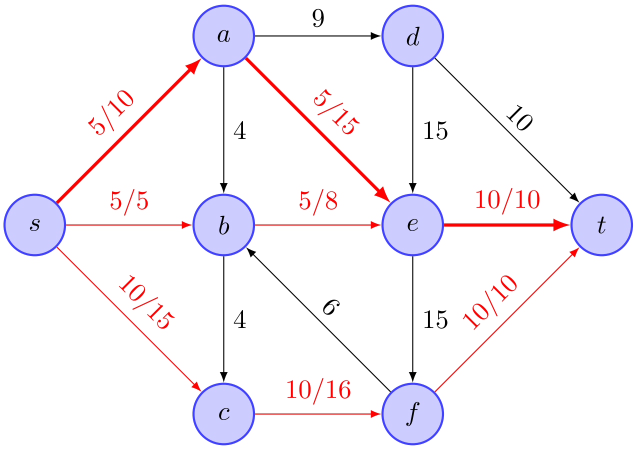




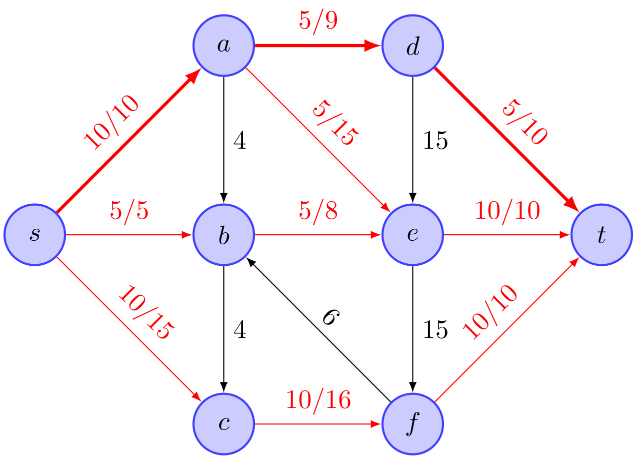
1ère étape : $s \to c \to f \to t$, $\delta = 10$



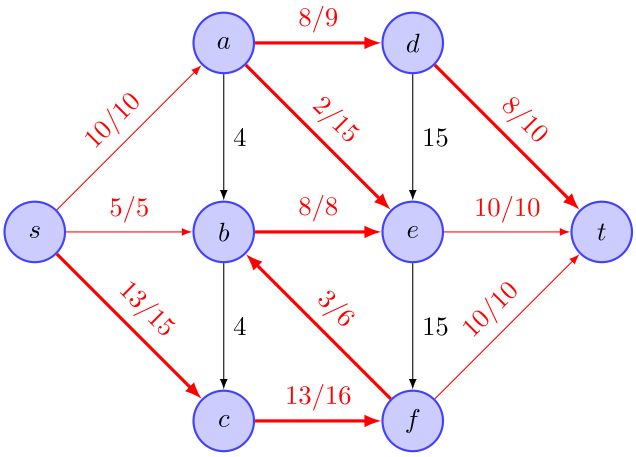
2ème étape : $s \to b \to e \to t$, $\delta = 5$



3ème étape : $s \to a \to e \to t$, $\delta = 5$



4ème étape : $s \to a \to d \to t$, $\delta = 5$



5ème étape : $s \to c \to f \to b \to e \to a \to d \to t$, $\delta = 3$

Il n'y a plus de nouveaux chemin augmentant, le flot est donc de 28.

La coupe correspondante est celle formée par $\{s, c, f, b\}$, on peut d'ailleurs voir que la somme des capacités des arêtes partant de $\{s, c, b, f\}$ et arrivant vers $\{a, e, d, t\}$ est de 28.

Exercice 2 : Pour calculer ce couplage max, la méthode est de relier une source aux sommets $1-5$ et un puits aux sommets $6-10$ et un poids de 1 sur toutes les arêtes. Un flot maximal donnera alors un couplage maximal, par exemple (1,9), (2,6), (3,8), (4,7), (5,10).

Exercice 3 :

(a) L'exercice ici consiste à transformer un graphe où l'on a en plus des capacités sur les arêtes de capacités sur les sommets en graphe où l'on uniquement des capacités sur les arêtes et qui conserve le même flot maximal : pour traduire la contrainte qu'un sommet s a une capacité, il suffit de le "séparer" en deux sommets s_1 et s_2, s_1 ayant toutes les arêtes entrantes de s et s_2 toutes ses arêtes sortantes. On relie ensuite s_1 et s_2 par une arête dont la capacité est celle qui avait été attribuée à s. Le nouveau réseau a exactement $|V|$ sommets de plus et $|V|$ arêtes de plus.

(b) On est typiquement dans le cas de (a) : si on attribue à chaque sommet la capacité 1, et à chaque arc la capacité 1 dans chaque sens. On relie les entrées à la source et les sommets au bord de la grille au puits. On applique ensuite la transformation (a) et on obtient un problème de flot classique. Il suffit alors d'appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson qui dans ce cas précis est plus efficace que l'algorithme de Dinic (essayez de voir pourquoi).