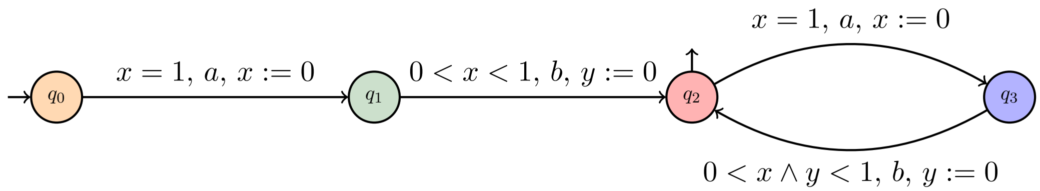
Automates temporisés
TD 1 : Modélisation

Exercice 1 (*Alur & Dill '94*)

Donnez (en français) le langage temporisé reconnu par l'automate suivant :

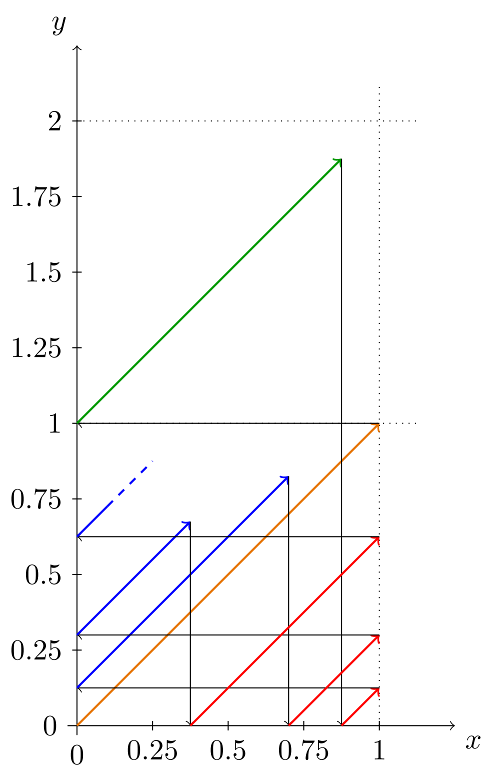


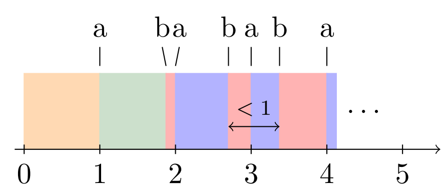
Solution de l'Exercice 1

Le langage reconnu est l'ensemble

$$\{(a,1)(b,z_1)\dots(a,i)(b,z_i)\dots | 0 < z_1 < 1 \wedge \forall i > 1, z_i < z_{i-1} + 1\}$$

des mots ayant un a toutes les unités de temps, alterné avec un b de plus en plus tôt dans l'intervalle délimité par les as. Pour voir ceci, on peut observer une exécution de cet automate en regardant les valeurs sucessives des horloges dans le plan, ou bien l'exécution par rapport au temps global du système. L'exécution que l'on observe ici est $(a,1),(b,1.875),(a,2),(b,2.7),(a,3),(b,3.375),(a,4)\dots$ On représente en orange le temps passé dans l'état q_0, en vert pour l'état q_1, en rouge pour q_2 et en bleu pour q_3. On voit sur les graphiques que le temps passé dans q_3 diminue à chaque fois. Cette diminution est forcée par la contrainte $y < 1$ qui oblige les b à être séparés de moins de 1.





Exercice 2 Modélisation d'un feu tricolore

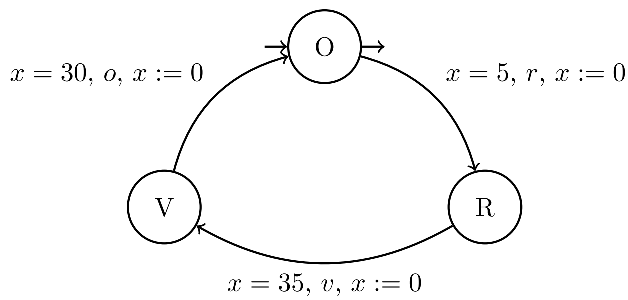
Un feu tricolore peut être rouge, orange, vert, ou éteint. Il peut fonctionner selon deux modes : le mode *classique* où il est successivement vert, puis orange, puis rouge, puis de nouveau vert, etc. Dans ce cas, il reste 30 secondes au vert, 5 secondes à l'orange, et 35 secondes au rouge. L'autre mode, le *clignotant* est celui où le feu ne cesse de clignoter à l'orange (à une fréquence d'un clignotement toutes les 2 secondes). On pourra supposer que le feu est initialement orange, et qu'il ne peut s'arrêter que dans cette même situation.

1. Modéliser chacun des modes par un automate temporisé.
2. Modéliser par un seul automate le feu pouvant fonctionner selon les deux modes, en prenant en compte que le feu ne peut changer de mode que lorsqu'il est orange et qu'il ne peut pas changer deux fois de mode à moins de 10 minutes d'écart.

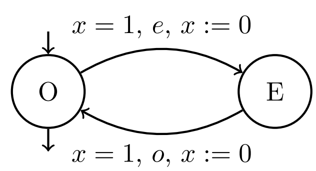
Solution de l'Exercice 2

Rappel : dans un automate temporisé, ce sont les *actions* qui importent, et non l'état. On utilisera donc les actions r, v, o, e correspondant respectivement au passage au rouge, vert, orange et éteint.

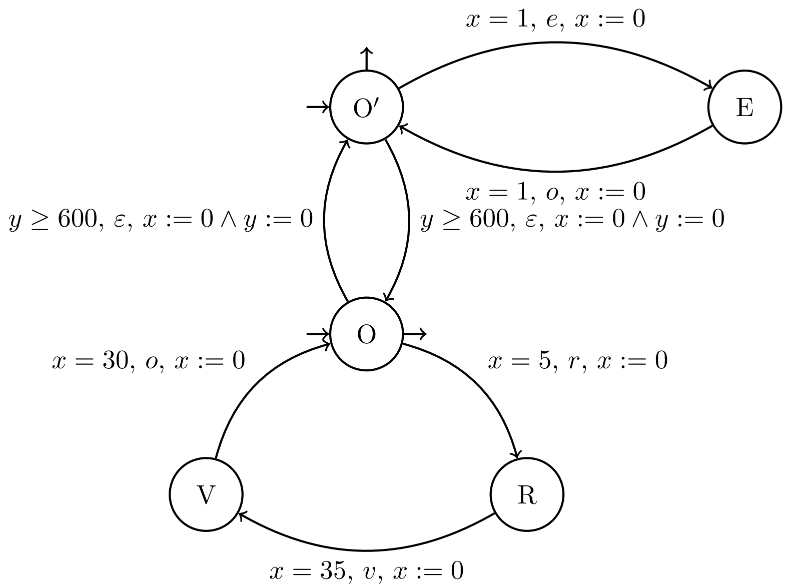
1. Le mode *classique* est un cycle contenant les contraintes de temps.



   Le mode *clignotant* est aussi un cycle, mais cette fois-ci entre la posisiton orange et la position éteinte.



2. On va ajouter une seconde horloge y qui mesurera le temps passé dans un des deux modes.



Exercice 3 Modélisation d'un ascenseur

1. Modélisez une porte d'ascenseur dont la spécification en langage naturel est la suivante. On suppose l'ascenseur immobile à un étage : on ne s'occupera pas des mouvements possibles de l'ascenseur, mais seulement de la porte.
   – La porte peut être ouverte ou fermée : on abstrait les états intermédiaires.
   – Initialement la porte est ouverte.
   – Au bout de 20 secondes, si rien ne se passe, la porte se referme.
   – Si quelqu'un appuie sur le bouton "◄ | ►", la porte reste ouverte pendant 10 secondes, sans raccourcir les 20 secondes de défaut.
   – Si quelqu'un appuie sur le bouton "► | ◄", la porte essaye de se refermer dans les 5 secondes.
   – Le système s'arrête lorsque la porte est fermée.
2. Reprendre la première question de l'exercice en prenant en compte que la porte de l'ascenseur met en réalité 2 secondes à se fermer.

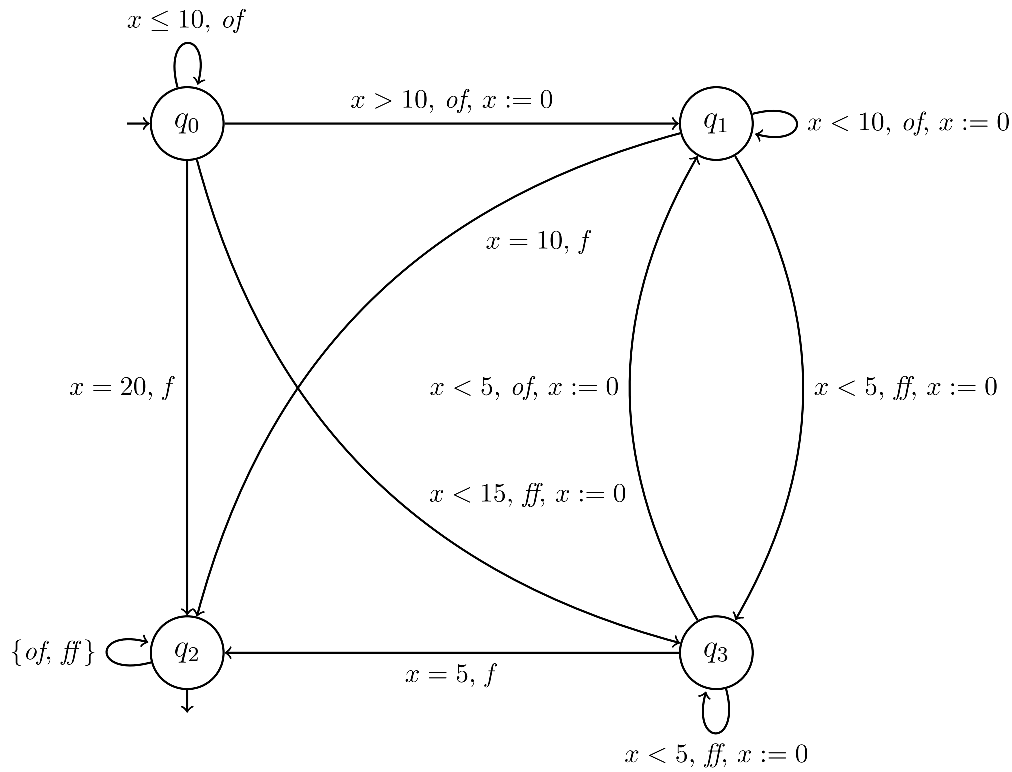
Solution de l'Exercice 3

1. On utilisera les actions suivantes :

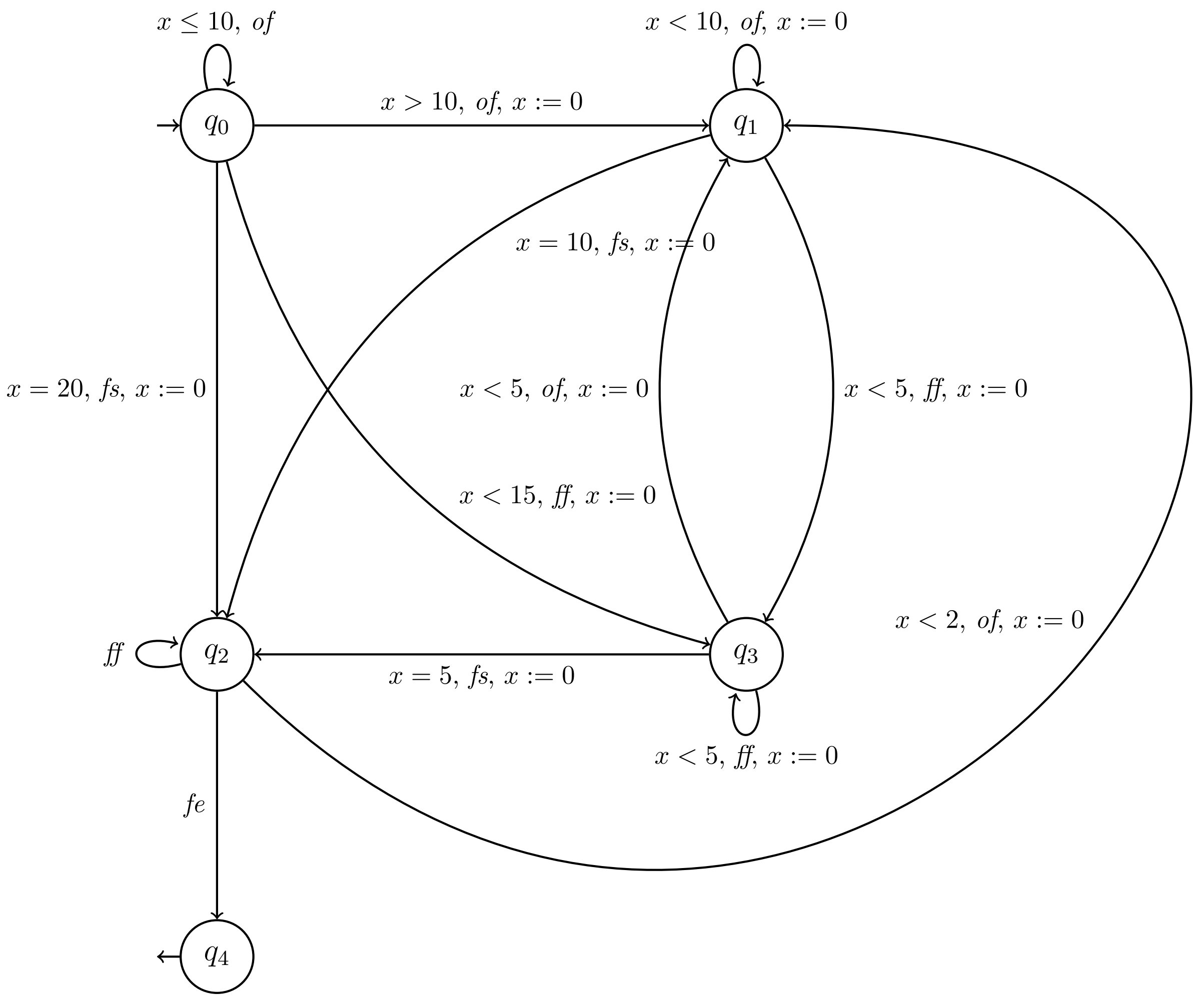
   f Fermeture : clôture effective de la porte (supposée instantanée).

   of Ouverture forcée : appui sur le bouton "◄ | ►".

   ff Fermeture forcée : appui sur le bouton "► | ◄".

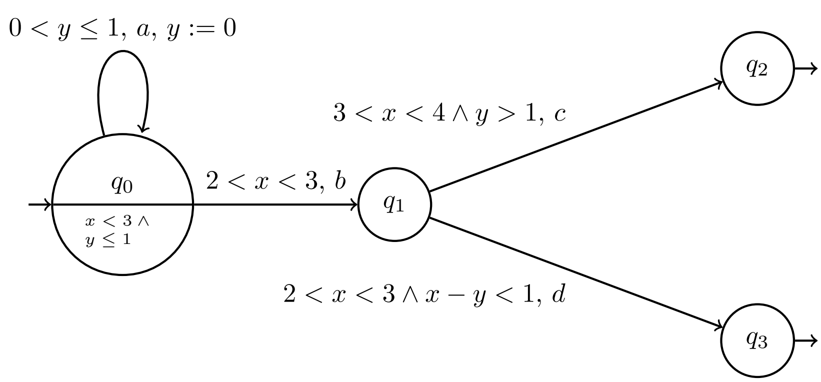


2. On modifie l'automate afin de prendre en compte la modification apportée au modèle. On sépare ainsi la fermeture (f) en *fs* (fermeture start) et *fe* (fermeture end).



Exercice 4

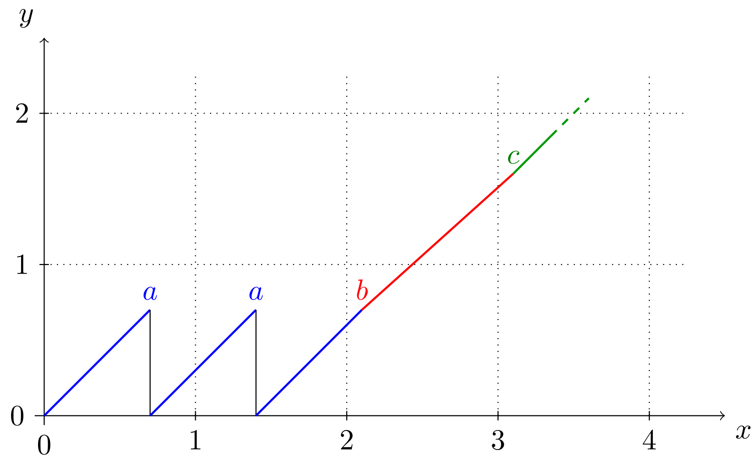
On considère l'automate temporisé suivant :



1. Donner une exécution de cet automate qui atteint l'état q_2.
2. Représenter dans le plan les valeurs successives des horloges durant cette exécution.

Solution de l'Exercice 4

1. $\rho = (a, 0.7), (a, 1.4), (b, 2.1), (c, 3.1)$ ou encore $\sigma = (a, 0.5), (a, 1.5), (b, 2.5), (c, 3.1)$.
2. On va suivre les valeurs successives des horloges lors de l'exécution de ρ. On tracera le parcours en bleu lorsque l'on se trouve dans l'état q_0, en rouge dans q_1 et en vert dans q_3.



y
2
1
0
a
a
b
c
0
1
2
3
4
x