Sujet de stage Master 2 Recherche :

Réseaux de preuves booléens

Encadrants : Paulin Jacobé de Naurois et Virgile Mogbil.
Laboratoire d'accueil : Laboratoire d'Informatique de Paris-Nord (UMR 7030 du CNRS), Université Paris 13 (Villetaneuse).
(Cours MPRI : 1.3 et 2.1)

L'exécution de programme fonctionnels correspond à l'élimination des coupures dans les systèmes logiques. Cette approche permet de garantir des propriétés pour les langages de programmation comme la terminaison de l'exécution ou la complexité d'un programme. On peut de même définir des langages de programmation ayant une borne de complexité intrinsèque à tous programmes. C'est le domaine de la complexité calculatoire implicite.

Dans ce cadre l'étude de la logique linéaire à travers l'analyse de l'élimination des coupures permet par exemple de caractériser les programmes terminant en temps polynomial, c'est la classe des algorithmes séquentiels efficaces. Plus particulièrement en utilisant les réseaux de preuves qui sont une représentation synthétique et graphique des preuves on caractérise les classes de complexité parallèles comme NC, la classe des algorithmes parallèles efficaces. Pour cela on utilise les circuits booléens qui sont un modèle de calcul parallèle comme le sont les machines de Turing pour le calcul séquentiel (K. Terui-04, V. Mogbil/V. Rahli-07).

Le but du stage est :

1. l'étude des articles définissant les relations entre les réseaux de preuves et les circuits booléens, et l'uniformité dans les réseaux de preuves (K. Terui-04, V. Mogbil/V. Rahli-07). Notamment l'accélération due au parallèlisme du modèle de calcul.
2. la caractérisation des petites classes de réseaux de preuves pour lequelles il n'y a pas de résultats connus : uniformité et fonctions de $NC^0 \subseteq AC^0 \subseteq NC^1 \subseteq AC^1$.
   L'exposant correspond à des circuits booléens de profondeur constante ou logarithmique en la taille des entrées. Par exemple on peut additionner avec un programme parallèle dans AC^0 ! Ces classes de complexité essentielles encadrent celles de l'espace logarithmique pour lesquelles nous n'avons pas de bonne caractérisation logique : $NC^1 \subseteq L \subseteq NL \subseteq AC^1$.
3. et/ou l'étude des classes de réseaux de preuves avec non-déterminisme explicite. Par exemple on caractérise la classe NC aussi bien que NP en utilisant un nombre logarithmique ou polynomial de connecteurs non-déterministes (V. Mogbil/V. Rahli-07, V. Mogbil-07). On ne connait aucun lien avec les autres classes de complexité lorsque ces réseaux de preuves sont restreints à d'autres quantités de connecteurs non-déterministes.

Ce stage peut-être préliminaire à une thèse au LIPN financée par le projet ANR COMPLICE dans les thèmes de la complexité calculatoire implicite et de la logique linéaire.

Contexte de travail :

L'équipe Logique, Calcul et Raisonnement du LIPN (Laboratoire d'Informatique de Paris-Nord) est composée d'un noyau de chercheurs travaillant dans le domaine et plus précisement en Logique Linéaire. Dans ces thématiques, il y a un séminaire d'équipe et un groupe de travail du projet ANR COMPLICE (Complexité implicite, Concurrence et Extraction, 2009-2013) dans lequel s'insère ce stage.

Références :

G.-Y. Girard, Linear Logic : its syntax and semantics, in Advances in Linear Logic, Cambridge Univ. Press, 1995.
K. Terui, Proof Nets and Boolean Circuits, Proceedings LICS'04, pp.182-191, 2004.
V. Mogbil et V. Rahli, Uniform circuits, & Boolean proof nets, Lecture Notes in Computer Science 4514, pp. 401-421, 2007.
V. Mogbil, Non-deterministic Linear logic : Application to Boolean Circuits, preprint LIPN 2007.
M. Wolf, Nondeterministic Circuits, Space Complexity and Quasigroups. TCS 125(2), 1994.