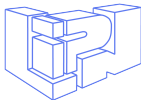


Logique linéaire et classes de complexité  
sous-polynomiales  
Soutenance de mi-parcours

Clément Aubert

aubert@lipn.univ-paris13.fr



Institut Galilée - Université Paris-Nord  
99, avenue Jean-Baptiste Clément  
93430 Villetaneuse

Jeudi 5 juillet 2012

## Logique linéaire et classes de complexité sous-polynomiales

	Logique linéaire (!, ?, $\wp$ , $\otimes$ , $\oplus$ , &)	Classes de complexité
Domaine	Théorie de la démonstration	Théorie de la complexité
Objectifs	Cohérence d'un raisonnement	Ressources pour établir une solution
Outils	Réseaux de preuves Graphes de partage Géométrie de l'interaction	Modèles de calcul Programmes / algorithmes Réductions de problèmes
Lien ?	Correspondance preuve-programme <b>quantitative</b> Complexité implicite	

# Les correspondances — Établies, proposées

État de l'art

**SBAL** [Sch07]

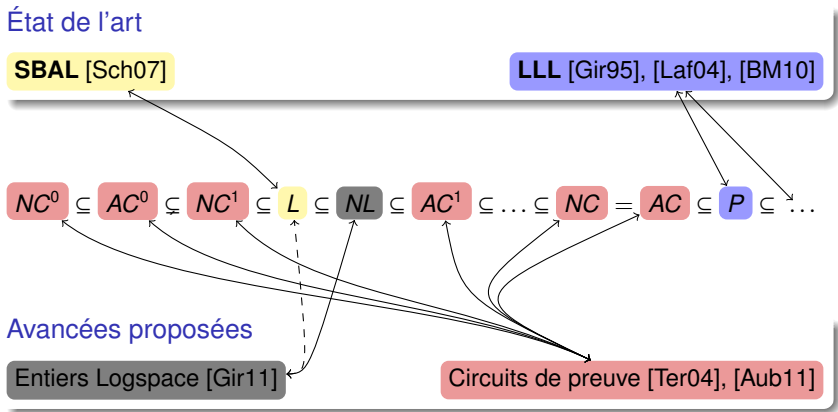
**LLL** [Gir95], [Laf04], [BM10]

$NC^0 \subseteq AC^0 \subsetneq NC^1 \subseteq L \subseteq NL \subseteq AC^1 \subseteq \dots \subseteq NC = AC \subseteq P \subseteq \dots$

Avancées proposées

Entiers Logspace [Gir11]

Circuits de preuve [Ter04], [Aub11]



## Objectifs

Caractériser les classes de complexité parallèles – même très petites – avec la logique linéaire.

## État de l'art

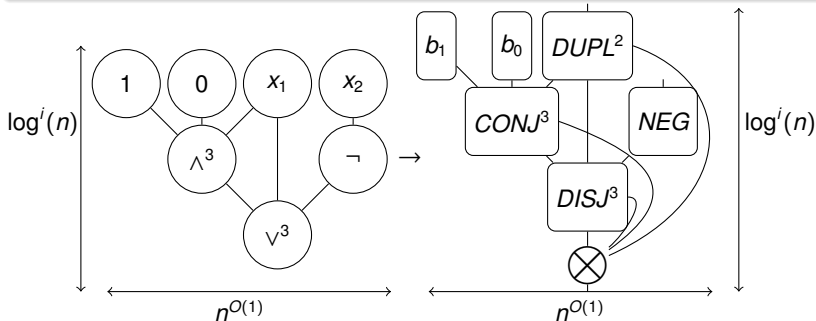
Premiers succès avec [Ter04], étendus à un cadre uniforme avec [MR07].

## Méthode

- Traduction de circuits booléens en réseaux de preuves
- Simulation de l'élimination des coupures par circuits booléens

## Outils

- Uniformité (un circuit par taille d'entrée)
- Employer **MLLu** (seulement conjonctions et disjonctions multiplicatives)
- Élimination des coupures parallèle



## Résultats [Aub11]

- «Pièces» simplifient la compréhension et l'uniformité
- Complexité de la traduction de  $L$ , devient  $AC^0$
- Simulation de très petites classes

## Extensions — améliorations

- Étendre la correspondance aux Machines de Turing Alternantes
- Adapter à l'uniformité rationnelle [BM12]

## Objectifs

Caractériser les classes de complexité non-déterministes avec la logique linéaire.

## État de l'art

Pas de réelle caractérisation logique du non-déterminisme avant [Gir11], caractérisation innovante de  $NL$  avec la logique linéaire.

## Méthode

- Abstraction des preuves représentant des entiers binaires au moyen de matrices, plongées dans une algèbre de von Neumann.
- Caractérise  $NL$  comme algèbre de pointeurs non-déterministe.

## Outils

- Géométrie de l'interaction
- Algèbre de von Neumann de type  $II_1$  (le facteur hyperfini)



## Résultats

- Encoder solution de USTConn-COMP
- Simplifier présentation

## Prospections

- Passer du critère de nilpotence à l'annulation du déterminant
- Étendre à  $L$  les résultats
- Comparaison avec PURPLE

## Objectifs / motivations

- Aller vers des modèles plus proches du calcul.
- Trouver cadre uniforme de présentation.

## État de l'art

Graphes de partages optimisent la réduction, mais pas de travaux liés à la complexité implicite.

## Outils / prospection

- Graphes de partage
- $\lambda$ -calcul
- PURPLE

- I État de l'art
- II Réseaux de preuves et classes parallèles
- III Géométrie de l'interaction et classes non-déterministes
- IV Vers les graphes de partage



Clément AUBERT :

Sublogarithmic uniform boolean proof nets.

*In* Jean-Yves MARION, éditeur : *DICE*, volume 75 de *EPTCS*, pages 15–27, 2011.



Patrick BAILLOT et Damiano MAZZA :

Linear logic by levels and bounded time complexity.

*Theoretical Computer Science*, 411(2):470–503, 2010.



Guillaume BONFANTE et Virgile MOGBIL :

A circuit uniformity sharper than "dlogtime".






preprint LIPN, 2012.



Jean-Yves GIRARD :

Light linear logic.

*In* *Logic and computational complexity*, pages 145–176. Springer, 1995.

-  **Jean-Yves GIRARD :**  
Normativity in logic.  
May 2011.
-  **Yves LAFONT :**  
Soft linear logic and polynomial time.  
*Theoretical Computer Science*, 318(1):163–180, 2004.
-  **Virgile MOGBIL et Vincent RAHLI :**  
Uniform circuits, & Boolean proof nets.  
*In Proceedings of LFCS'07*, volume 4514 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 401–421. Springer, 2007.
-  **Ulrich SCHÖPP :**  
Stratified bounded affine logic for logarithmic space.  
*In Logic in Computer Science, 2007. LICS 2007. 22nd Annual IEEE Symposium on*, pages 411–420. IEEE, 2007.
-  **Kazushige TERUI :**  
Proof Nets and Boolean Circuits.  
*In Proceedings of LICS'04*, pages 182–191, 2004.